

Análisis Funcional (MA330)

LICENCIATURA EN MATEMÁTICA

PLAN 2014

Nombre del curso: Análisis Funcional

Semestre: par

Periodicidad:

Créditos: 12

Área: Análisis

Subárea: Análisis Funcional

Nivel: avanzado

Duración del curso: 15 semanas

Carga horaria:

- Teórico: 3 horas semanales
- Práctico: 1,5 horas semanales
- Estudio sugerido: 7,5

Método de evaluación de curso y examen: La aprobación del curso se hará a través de entregas de ejercicios y/o parciales. Examen final obligatorio.

Previaturas reglamentarias: Exámenes aprobados de Cálculo diferencial e integral II y Álgebra lineal II para poder cursar. Topología algebraica como previatura en modalidad curso-curso y examen-examen.

Conocimientos previos sugeridos: álgebra lineal, cálculo diferencial y topología; para una mayor riqueza de ejemplos es conveniente (aunque no indispensable) poseer algunos conocimientos de teoría de la medida, ecuaciones diferenciales y análisis complejo.

Objetivo del curso.

El curso consiste en la presentación de un sistema de técnicas -referidas a espacios vectoriales de dimensión infinita con una topología compatible con dicha estructura- desarrolladas principalmente en la primera mitad del siglo XX, que permitieron abordar exitosamente diversos problemas planteados en siglos anteriores, y que hoy constituyen herramientas básicas de diversas áreas centrales de la matemática. El objetivo será desarrollar la teoría clásica y mostrar algunas de sus aplicaciones y desarrollos posteriores y actuales.

Temario Sintético

1. Espacios vectoriales topológicos.
2. Espacios de Hilbert.
3. Operadores en espacios de Hilbert.
4. Operaciones en espacios de Banach.
5. Convexidad.
6. Eventual tópico optativo.
- 7.

Temario Desarrollado

1. Espacios vectoriales topológicos. Motivaciones. Topologías vectoriales. Espacios normados. Operadores continuos. Norma de un operador. Ejemplos y construcciones. Espacios de dimensión finita.
2. Espacios de Hilbert. Desigualdad de Cauchy–Schwarz. Espacio dual de un espacio de Hilbert. Proyecciones sobre subconjuntos convexos cerrados. Ortogonalidad. Bases y dimensión. Desarrollos de Fourier abstractos y series de Fourier clásicas.
3. Operadores en espacios de Hilbert. Adjunto de un operador. Operadores compactos. Teorema espectral para operadores compactos autoadjuntos. Valores singulares y la descomposición canónica de un operador compacto. Operadores de Fredholm y su índice. Aplicaciones.
4. Operaciones en espacios de Banach. Teoremas clásicos: de la aplicación abierta, de acotación uniforme y del gráfico cerrado.
5. Convexidad. Teoremas de Hahn–Banach. Topologías débiles. Espacios localmente convexos. Teorema de Alaoglu. Teorema de Krein–Milman. Aplicaciones.

6. Eventual tópico optativo. A elegir dependiendo del tiempo e intereses.

Bibliografía

Los siguientes textos se citan a modo de ejemplos.

1. Haim Brézis, Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations, Springer 2011.
2. John B. Conway, A Course in Functional Analysis, GTM 96, Springer–Verlag, 1990.
3. Peter D. Lax, Functional Analysis, Pure and Applied Mathematics, John Wiley & Sons, 2002.
4. Walter Rudin, Análisis Funcional, Editorial Revert, S.A., Barcelona, 1979.
5. Barry Simon, A Comprehensive Course in Analysis, American Mathematical Society, 2015.
6. Elias M. Stein & Rami Shakarchi, Functional Analysis,